

1571607

Харківський національний університет  
імені В. Н. Каразіна



**Ігор Танатаров**

# Лекції з гравітації

Частина I **КОСМОЛОГІЯ**

**Навчальний посібник**

Посібник являє собою дещо розширений конспект лекцій семестрового курсу для фізиків, який є введенням до загальної теорії відносності та космології. Від читача очікується розуміння підходу з перших принципів у формалізмі Лагранжа, знання тензорної алгебри та основ спеціальної теорії відносності. Загальна теорія відносності та необхідні елементи диференційної геометрії викладаються у рамках курсу.

Перші два розділи присвячені розробці загальної теорії та математичного апарату загальної теорії відносності. При цьому послідовне викладення загальної теорії ілюструється важливими прикладами та задачами космології. У третьому розділі розглядається більш детально власне космологія однорідного та ізотропного Всесвіту з акцентом на геометродинамічних властивостях різноманітних моделей та Стандартна космологічна модель. Текст може бути корисним та цікавим як для студентів, так і для наукових співробітників.

# Зміст

Вступ	6
<b>1 Теорії відносності</b>	<b>8</b>
1.1 Постулати спеціальної теорії відносності . . . . .	8
1.1.1 Інтервал і метрика Мінковського . . . . .	8
1.1.2 Інваріантність інтервалу та перетворення Лоренца . . . . .	10
1.1.3 Перетворення Лоренца як поворот . . . . .	13
1.1.4 4-вектори . . . . .	15
1.1.5 Світова лінія . . . . .	15
1.1.6 Дія частинки . . . . .	16
1.2 Гравітація: принцип еквівалентності . . . . .	18
1.2.1 Абсолют та відносність . . . . .	18
1.2.2 Еквівалентність . . . . .	19
1.2.3 Гравітаційний червоний зсув . . . . .	21
1.2.4 Кривизна простору-часу . . . . .	23
1.2.5 ЗТВ та СТВ . . . . .	24
1.3 СТВ у криволінійних координатах . . . . .	25
1.3.1 Вектори, тензори, метрика . . . . .	25
1.3.2 Детермінанти та інтегрування . . . . .	28
1.3.3 Приклади координат та метрик . . . . .	30
1.3.4 Коваріантне диференціювання . . . . .	33
1.3.5 Теорія поля в криволінійних координатах . . . . .	37
Література до розділу 1 . . . . .	39
Задачі до розділу 1 . . . . .	40
<b>2 Кривина</b>	<b>44</b>
2.1 Многовиди . . . . .	44
2.1.1 Історична довідка . . . . .	44

2.1.2	Карта, атлас, многовид . . . . .	46
2.1.3	Приклади . . . . .	48
2.1.4	Вкладення, занурення та теорема Уїтні . . . . .	49
2.1.5	Ріманові многовиди . . . . .	50
2.1.6	Приклади конструювання ріманових многовидів . . . . .	52
2.2	Метрика у просторі-часі . . . . .	56
2.2.1	Простір-час у ЗТВ . . . . .	56
2.2.2	Системи відліку та системи координат . . . . .	57
2.2.3	Час, відстань та швидкість . . . . .	59
2.3	Причинність у космологічних розв'язках . . . . .	62
2.3.1	Причинність . . . . .	62
2.3.2	Динамічний Всесвіт . . . . .	63
2.3.3	Розповсюдження світла . . . . .	67
2.3.4	Горизонт подій та горизонт частинок . . . . .	68
2.3.5	Горизонти у найпростіших моделях . . . . .	71
2.3.6	Сфера Габла . . . . .	73
2.3.7	Конформні діаграми . . . . .	74
2.4	Геодезичні та рух частинок . . . . .	79
2.4.1	Геодезичні . . . . .	79
2.4.2	Світлові геодезичні та геодезичний лагранжіан . . . . .	81
2.4.3	Паралельне перенесення . . . . .	82
2.4.4	Частинка в слабкому полі . . . . .	83
2.4.5	Частинка у Всесвіті Фрідмана . . . . .	84
2.5	Тензор кривини . . . . .	86
2.5.1	Визначення тензора кривини . . . . .	86
2.5.2	Властивості тензора кривини . . . . .	87
2.5.3	Згортки тензора кривини . . . . .	90
2.5.4	Простори максимальної симетрії . . . . .	91
2.6	Рівняння Ейнштейна . . . . .	94
2.6.1	Теорема Гауса та закони збереження . . . . .	94
2.6.2	Тензор енергії-імпульсу . . . . .	97
2.6.3	Дія Гільберта . . . . .	100
2.6.4	Виведення рівнянь Ейнштейна . . . . .	102
2.6.5	Властивості . . . . .	104
2.6.6	Границя слабого поля . . . . .	106
	Література до розділу 2 . . . . .	111
	Задачі до розділу 2 . . . . .	112

<b>3</b>	<b>FLRW космологія</b>	<b>116</b>
3.1	Нестационарний Всесвіт та закон Габла . . . . .	116
3.1.1	Нестационарність та ефект Доплера . . . . .	116
3.1.2	Вимірювання відстаней до зірок та галактик . . . . .	117
3.1.3	Закон Габла та космологічний принцип . . . . .	119
3.2	Метрика FLRW . . . . .	121
3.2.1	Постулат Вейля . . . . .	121
3.2.2	Тривимірні однорідні та ізотропні многовиди . . . . .	122
3.2.3	Метрика простору-часу . . . . .	125
3.3	Рівняння Фрідмана . . . . .	126
3.3.1	Тензор Ейнштейна для метрики FLRW . . . . .	126
3.3.2	Різноманітні форми рівнянь Фрідмана . . . . .	128
3.3.3	Закон збереження . . . . .	129
3.3.4	Спостережувані . . . . .	130
3.3.5	Всесвіт, заповнений пилом . . . . .	131
3.3.6	Слабко взаємодіючі компоненти . . . . .	136
3.4	Розв'язки рівнянь Фрідмана . . . . .	140
3.4.1	Загальні властивості та сингулярності . . . . .	140
3.4.2	Найпростіші модельні розв'язки . . . . .	142
3.4.3	Статичний Всесвіт Ейнштейна . . . . .	144
3.4.4	Всесвіт де Сіттера та анти-де Сіттера . . . . .	145
3.4.5	Відкрита і замкнена моделі Фрідмана . . . . .	146
3.4.6	Модель $\Lambda$ CDM . . . . .	147
3.5	Стандартна космологічна модель . . . . .	151
3.5.1	Теорія гарячого Всесвіту . . . . .	151
3.5.2	Коротка хронологія еволюції Всесвіту . . . . .	154
3.5.3	Темна матерія . . . . .	155
3.5.4	Темна енергія . . . . .	158
3.6	Інфляція . . . . .	162
3.6.1	Проблема початкових умов . . . . .	162
3.6.2	Скалярне поле . . . . .	166
3.6.3	Інфляція зі скалярним полем . . . . .	167
	Література до розділу 3 . . . . .	172
	Задачі до розділу 3 . . . . .	173
	<b>Бібліографія</b>	<b>177</b>